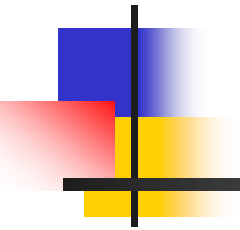
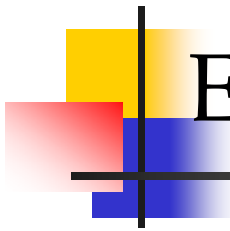


Ring Routing and Wavelength Conversion



Γιώργος Ζώης



Ενότητες της παρουσίασης

1. Directed Ring Routing - Wavelength Conversion σε WDM δίκτυα.
2. Wavelength Conversion σε shortest path δρομολογήσεις.
3. Επιπλέον αποτελέσματα - Κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.



1.1 Εννοιολογικοί ορισμοί

- ❖ Οπτικά δίκτυα επικοινωνίας.
- ❖ WDM technology:
 - Wavelength selective (W.S).
 - Wavelength Interchanging (W.I) - Wavelength Converters.
- ❖ Τοπολογία: $G = (V, E)$, $|V| = n$, $|E| = 2n$. Ο G αποτελείται από δύο δακτυλίους αντίθετης κατεύθυνσης.



1.2 Directed Ring Routing (1/5)

- ❖ $[s,t] = \{u : s \leq u \leq t\}$ αν $s \leq t$, $[s,n-1] \cup [0,t]$ αλλιώς.
- ❖ Directed Ring Routing Problem:

Είσοδος: Θετικοί ακέραιοι n, m και διατεταγμένα ζεύγη $(s_1, t_1), \dots, (s_m, t_m)$ από το σύνολο $\{0, \dots, n-1\}$, με $s_i \neq t_i$.

Ερώτηση: Βρείτε τιμές x_1, \dots, x_m από το $\{0,1\}$ που ελαχιστοποιούν το L , όπου

$$L = \max(\max_k A_k, \max_k B_k)$$

και $A_k = |\{i: k \in [s_i, t_{i-1}] \text{ και } x_i = 1\}|$
 $B_k = |\{i: k \in [t_i, s_{i-1}] \text{ και } x_i = 0\}|$
- ❖ Το πρόβλημα απόφασης του Directed Ring Routing ανήκει στο NP.



1.2 Directed Ring Routing (2/5)

- ❖ **Θεώρημα 1.1:** Το Directed Ring Routing επιλύεται σε πολυωνυμικό χρόνο.

Απόδειξη:

Relaxed Directed Ring Routing:

Είσοδος: Θετικοί ακέραιοι n, m και διατεταγμένα ζεύγη $(s_1, t_1), \dots, (s_m, t_m)$ από το σύνολο $\{0, \dots, n-1\}^2$, με $s_i \neq t_i$.

Ερώτηση: Βρείτε τιμές x_1, \dots, x_m από το $[0, 1]$ που ελαχιστοποιούν το L^* , όπου

$$L^* = \max(\max_k A_k^*, \max_k B_k^*)$$
$$\text{και } A_k^* = \sum_{i:k \in [s_i, t_i-1]} x_i, \quad B_k^* = \sum_{i:k \in [t_i, s_i-1]} (1 - x_i)$$

- ✓ $L_{\text{OPT}}^* \leq L_{\text{OPT}}$ και $\lceil L_{\text{OPT}}^* \rceil \leq L_{\text{OPT}}$



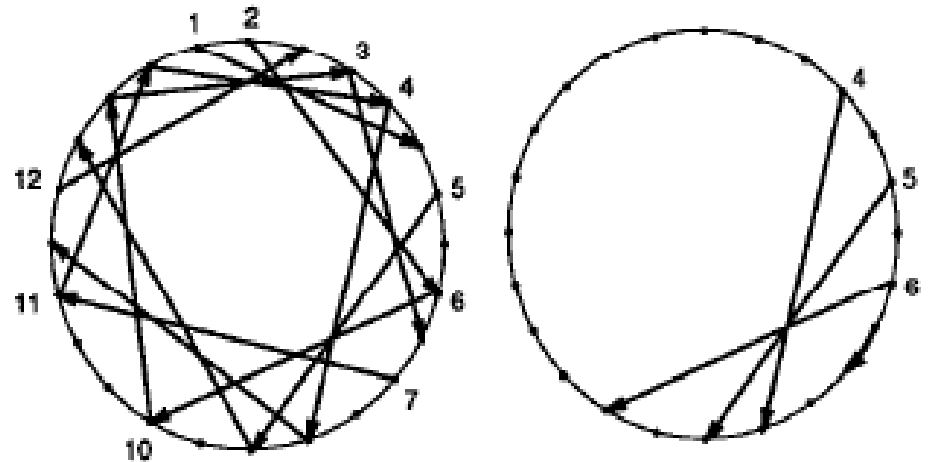
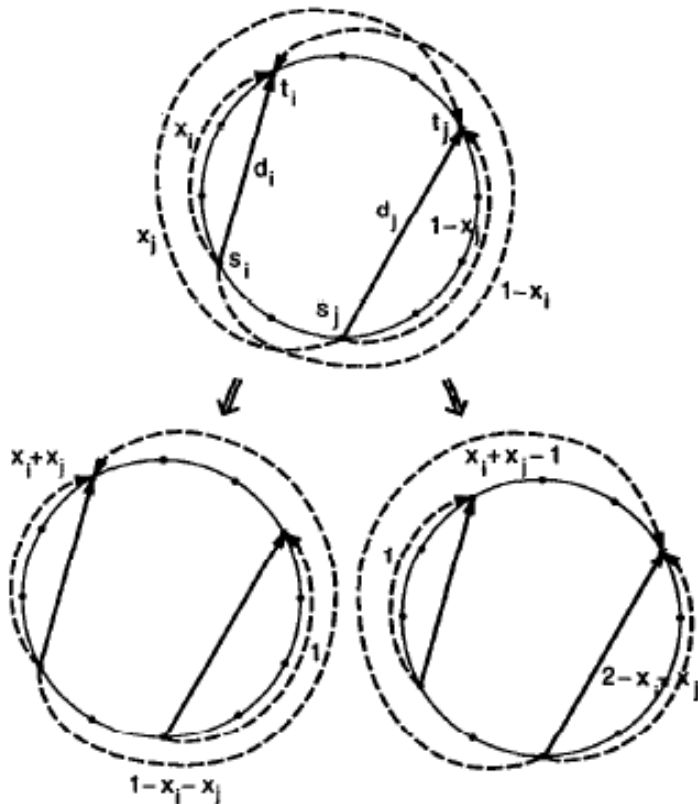
1.2 Directed Ring Routing (3/5)

- ✓ **Πρόταση 1.1:** Δοθέντος ενός στιγμιοτύπου του Relaxed Directed Ring Routing, μια δρομολόγηση x' τ.π το $\sum_{i=1}^m x_i$ να είναι ακέραιος (flush routing), με $L' \leq L_{OPT}$, μπορεί να βρεθεί σε πολυωνυμικό χρόνο.
- ✓ **Πρόταση 1.2:** Δοθέντος ενός στιγμιοτύπου του Relaxed Directed Ring Routing και μίας flush δρομολόγησης x' με φορτίο L' , μία flush δρομολόγηση x'' με $L'' \leq L'$ τ.π από δύο οποιεσδήποτε παράλληλες αιτήσεις το πολύ η μία θα “χωρίζεται”, μπορεί να βρεθεί σε πολυωνυμικό χρόνο.

1.2 Directed Ring Routing (4/5)

Παράλληλες αιτήσεις που “χωρίζονται”

Διάταξη μη-παράλληλων αιτήσεων που “χωρίζονται”





1.2 Directed Ring Routing (5/5)

- ✓ Κατασκευάζουμε μια $\{0,1\}$ -δρομολόγηση x με φορτία συνδέσμων A_k, B_k :

$$A_k = A_k'' + \sum_{i \in [i_k, j_k]} (x_i - x_i'')$$

$$B_k = B_k'' + \sum_{i \notin [i_k, j_k]} (x_i'' - x_i)$$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{αν } -x_j'' + \sum_{i=1}^{j-1} (x_i - x_i'') < -\frac{1}{2} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

- ✓ Δείχνουμε ότι: $A_k - A_k'' < 1, B_k - B_k'' < 1$
- ✓ $L < L'' + 1, L \leq \lceil L'' \rceil \leq \text{LOPT}$



1.3 Directed Ring Routing with Wavelength Conversion

- ❖ **Πρόταση 1.3:** Υποθέτουμε ότι στον κόμβο 0 ενός δακτυλίου R τοποθετείται ένας Wavelength Converter. Τότε για κάθε δρομολόγηση με φορτίο L χρειάζονται L οπτικές συχνότητες οι οποίες ανατίθενται σε χρόνο πολυωνυμικό ως προς το n και το πλήθος των μονοπατιών (n , κόμβοι δακτυλίου).



1.4 Wavelength Converters σε WDM δίκτυα (1/2)

- ❖ $G=(V,E)$, P σύνολο αιτήσεων και $S \subseteq V$ το σύνολο των κόμβων που εφοδιάζονται με wavelength converters.
- ❖ Ορισμοί: Έγκυρη ανάθεση (ως προς το S) – Sufficient S .
- ❖ Ερώτημα 1: Ποιες επιλογές του S είναι sufficient;
- ❖ Ερώτημα 2: Δεδομένης μιας τοποθέτησης wavelength converters στους κόμβους είναι το πρόβλημα της ανάθεσης συχνοτήτων επιλύσιμο.



1.4 Wavelength Converters σε WDM δίκτυα (2/2)

- ❖ **Θεώρημα 1.2:** Το κενό σύνολο είναι sufficient ανν ο G είναι spider.
- ❖ Κατασκευάζουμε το γράφο $G(S)$:
 $V(S) = V \setminus S \cup \{ \langle s, e \rangle : s \in S \text{ και η ακμή } e \text{ προσπίπτει στον } s \}$ και
 $E(S) = \{ \{u, v\} \in E(G) : u, v \notin S \} \cup \{ \{ \langle s, e \rangle, u \} : e = \{s, u\} \} \cup \{ \{ \langle s, e \rangle, \langle t, e \rangle \} : s, t \in S \text{ και } s, t \text{ γειτονικοί κόμβοι} \}.$
- ❖ $G_1(S), \dots, G_k(S)$ τα connected components του $G(S)$
- ❖ **Θεώρημα 1.3:** Το S είναι sufficient ανν κάθε component είναι spider.
- ❖ MINIMUM SUFFICIENT SET problem.

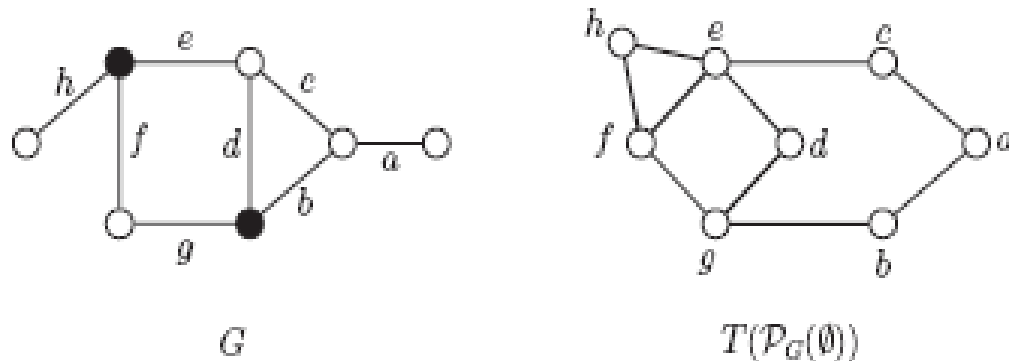


2.1 Shortest-Path routing

- ❖ Fixed routing στρατηγικές.
- ❖ Περιοριζόμαστε σε shortest path δρομολόγηση ώστε να αποφεύγονται τοποθετήσεις wavelength converters που μπορεί να επιλέξουν ακόμη και όλους τους κόμβους.
- ❖ Η shortest path δρομολόγηση αλλάζει τη φύση του προβλήματος.
- ❖ Shortest Path sufficient σύνολο S (SP-sufficient).

2.2 Προσδιορισμός έγκυρης τοποθέτησης των Wavelength Converters(1/2)

- ❖ **Ιδέα:** Χρησιμοποίηση βοηθητικού γράφου που διατηρεί τη δομή των shortest paths.
- ❖ **Κατασκευή γράφου:**
 - Δίνεται γράφος $G=(V,E)$, $S \subseteq V$, P , P_G και $P(S)$.
 - Θεωρούμε $T(P)$ ένα πολυγράφο στο E με ακμές κάθε υπομονοπάτι μήκους 2 ενός $p \in P$ με μήκος μεγαλύτερο του 2.



Παράδειγμα του G και του
 $T(P_G(S))$ για $S = \emptyset$



2.2 Προσδιορισμός έγκυρης τοποθέτησης των Wavelength Converters(2/2)

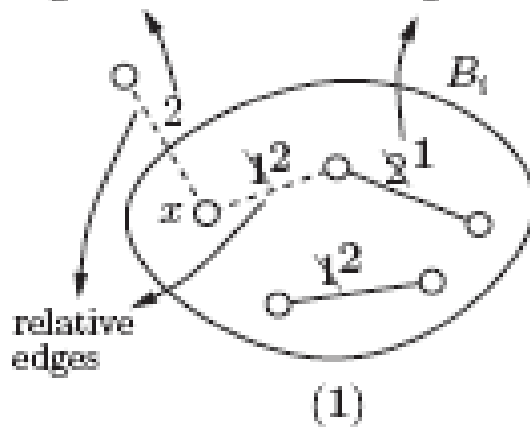
- ❖ **Θεώρημα 2.1:** Το S είναι SP-sufficient αν ισχύουν οι εξής δύο συνθήκες:
 - i. Το $T(P_G(S))$ είναι διμερές.
 - ii. Δύο ακμές του $T(P_G(S))$, που αντιστοιχούν σε δύο υπο-μονοπάτια μήκους 2 ενός $p \in P$ μήκους 3, δεν εμφανίζονται διαδοχικά στον ίδιο κύκλο.

- ❖ Από το Θεώρημα 2.1 προκύπτει αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου που αποφασίζει αν το S είναι SP-sufficient σε $O(|V|^2 \cdot |E|)$.

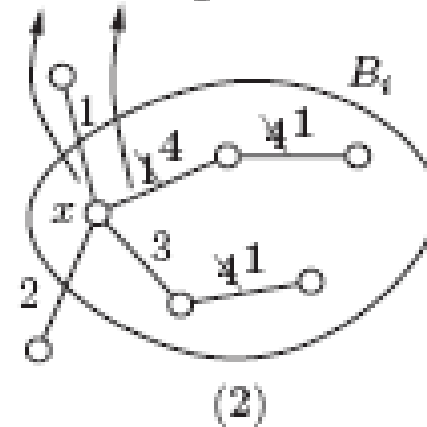
2.4 Ανάθεση συχνοτήτων σε δίκτυα με Wavelength Converters

- ❖ **Θεώρημα 2.2 :** Δίνεται γράφος $G = (V, E)$ και $S \subseteq V$ τ.π να ικανοποιούνται οι συνθήκες του Θερήματος 2.1. Κάθε σύνολο P από shortest paths στον G μπορεί να χρωματισθεί με $L(P)$ χρώματα.

color assigned in A_{i-1} color assigned in A_i



non-relative edges

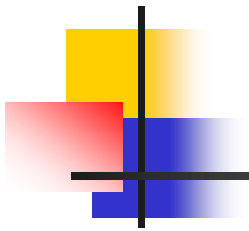


Παράδειγμα των μετασχηματισμών που χρειάζονται για τη συνένωση τοπικών χρωματισμών.



2.3 Πολυπλοκότητα και δυσκολία στην τοποθέτηση Wavelength Converters

- ❖ Ορισμός (L-αναγωγιμότητα): Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης Π L-ανάγεται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης Π' αν υπάρχουν πολυωνυμικοί αλγόριθμοι f, g και θετικές σταθερές c_1, c_2 τ.π για κάθε στιγμιότυπο I του Π ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες:
 - i. Ο αλγόριθμος f παράγει ένα στιγμιότυπο $I' = f(I)$ του Π' τ.π $OPT(I') \leq c_1 OPT(I)$.
 - ii. Δοθείσας μιας λύσης του I' με κόστος $SOL(I')$, ο αλγόριθμος g παράγει μία λύση του I με κόστος $SOL(I)$ τ.π $|SOL(I) - OPT(I)| \leq c_2 |SOL(I') - OPT(I')|$.
- ❖ **Θεώρημα 2.3**: Υπάρχει L-αναγωγή από το EBIP στο MIN SP-SUFFICIENT πρόβλημα.
- ❖ Το EBIP είναι MAXSNP-complete – Το MIN SP-SUFFICIENT είναι MAXSNP-complete στην μη-κατευθυνόμενη περίπτωση.



Επιπλέον αποτελέσματα – Κατευθύνσεις για μέλλοντική έρευνα.

- ❖ Ring Routing and Wavelength translation (Winkler, Wilfong).
- ❖ Wavelength Conversion in all optical networks with Shortest-Path routing (Erlebach-Stefanakos).
- ❖ Wavelength Conversion in all optical networks (Kleinberg, Kumar).
- ❖ Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι για το MIN CONVERSION στο RPMC πρόβλημα (Complexity of wavelength assignment in Optical Network optimization, Andrews και Zhang)
- ❖ c - προσέγγιση του MIN Sufficinet Set σε μη κατευθυνόμενους γράφους, με $c < 2$.