



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Αλγόριθμοι Δικτύων και Πολυπλοκότητα

Εαρινό εξάμηνο 2013-14

(ΣΗΜΜΥ, ΣΕΜΦΕ, ΜΠΛΑ)

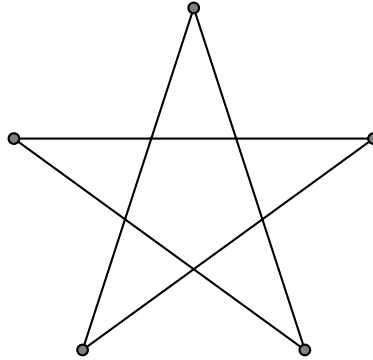
Διδάσκων: Α. Παγουρτζής

1η σειρά ασκήσεων

Προθεσμία παράδοσης: 9/6/2014

Άσκηση 1

Στον γράφο του παρακάτω σχήματος μπορείτε να χαράξετε δύο γραμμές και να δημιουργήσετε δέκα τρίγωνα;



Άσκηση 2

Ορίζουμε το πρόβλημα Generalized Matching ως εξής: με κάθε κόμβο v συσχετίζεται μια ακέραια τιμή $m(v)$ που αντιπροσωπεύει το μέγιστο πλήθος γειτόνων που επιτρέπεται να έχει ο v στο στο γενικευμένο ταίριασμα. (Παρατηρήστε ότι το κλασικό Matching είναι η ειδική περίπτωση όπου $\forall v, m(v) = 1$.)

Βρείτε αλγόριθμο που να επιλύει βέλτιστα το Generalized Matching σε διμερείς (μη κατευθυνόμενους) γράφους.

Άσκηση 3

(α) Αποδείξτε τον λόγο προσέγγισης του Greedy αλγορίθμου για το Cardinality Set Cover χρησιμοποιώντας την τεχνική της απόδειξης για το πρόβλημα Maximum Coverage, δηλαδή ότι σε κάθε επανάληψη καλύπτεται τουλάχιστον το $1/OPT$ των στοιχείων που απομένουν (προσοχή: το OPT τώρα είναι ο αριθμός των συνόλων της βέλτιστης λύσης).

(β) Μπορείτε να προσαρμόσετε την απόδειξη ώστε να “δουλέψει” και για το Weighted Set Cover; Τι αντιπροσωπεύει τώρα το OPT ;

(γ) Τι λόγο προσέγγισης δίνει ο Greedy αν η επιλογή του “καλύτερου” συνόλου δεν μπορεί να γίνει με ακρίβεια αλλά προσεγγιστικά, με λόγο ρ ; Αποδείξτε. (Σημείωση: αυτό μπορεί να συμβεί αν τα σύνολα δεν δίνονται, αλλά ορίζονται με κάποια ιδιότητα.)

Άσκηση 4

Συμπληρώστε (όσο μπορείτε καλύτερα) την απόδειξη που θα βρείτε στις διαφάνειες για τον λόγο προσέγγισης $5/3$ για το πρόβλημα Metric TSP $_{(s,t)-path}$.

Άσκηση 5

Στο μάθημα συζητήσαμε τον απλό 2-προσεγγιστικό αλγόριθμο για το πρόβλημα k -Center, που αναφέρεται στο βιβλίο των Williamson-Shmoys, σελ. 38.

(α) Δείξτε ότι ο αλγόριθμος αυτός είναι ταυτόχρονα και 2-προσεγγιστικός και για το πρόβλημα Metric k -Cluster (ορισμός στην άσκηση 5.13 του βιβλίου του Vazirani).

(β) Εξετάστε κατά πόσον μπορείτε να προσαρμόσετε την ιδέα του αλγορίθμου ώστε να επιλύσετε (προσεγγιστικά) την εκδοχή με βάρη (Weighted k -Center και Weighted k -Cluster).

Άσκηση 6

Δώστε έναν f -προσεγγιστικό αλγόριθμο για το πρόβλημα Set Cover, όπου f είναι το μέγιστο πλήθος συνόλων στα οποία μπορεί να ανήκει κάποιο στοιχείο. Αποδείξτε τον λόγο προσέγγισης.

Υπόδειξη: γενικεύστε την ιδέα του 2-προσεγγιστικού αλγορίθμου για το Vertex Cover.