



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Αλγόριθμοι Δικτύων και Πολυπλοκότητα

Εαρινό εξάμηνο 2013

(ΣΗΜΜΥ, ΣΕΜΦΕ, ΜΠΛΑ)

Διδάσκοντες: Α. Παγουρτζής, Ι. Αβραμόπουλος

Δεύτερη σειρά ασκήσεων

10 Ιουνίου 2013

Προθεσμία παράδοσης: 10 Ιουλίου 2013

1 Άσκηση 1

Στο μάθημα συζητήσαμε τον απλό 2-προσεγγιστικό αλγόριθμο για το πρόβλημα k -Center, που αναφέρεται στο βιβλίο των Williamson-Shmoys, σελ. 38.

(α) Εξετάστε κατά πόσον μπορείτε να προσαρμόσετε την ιδέα του αλγορίθμου ώστε να επιλύσετε (προσεγγιστικά) την εκδοχή με βάρη (Weighted k -Center).

(β) Δείξτε ότι ο αλγόριθμος αυτός είναι ταυτόχρονα και 2-προσεγγιστικός και για το πρόβλημα Metric k -Cluster (ορισμός στην άσκηση 5.13 του βιβλίου του Vazirani).

2 Άσκηση 2

Θυμηθείτε το πρόβλημα Maximum Path Coloring (MaxPC): Δίνεται μη κατευθυνόμενος γράφος $G = (V, E)$, μονοπάτια $p_i = (s_i, t_i)$, $1 \leq i \leq k$, και ένας αριθμός χρωμάτων w . Ζητείται να χρωματιστούν όσο το δυνατόν περισσότερα μονοπάτια έτσι ώστε μονοπάτια που έχουν κοινή ακμή να παίρνουν διαφορετικό χρώμα.

[Σημείωση: μία από τις εφαρμογές του προβλήματος είναι στην ανάθεση μηκών κύματος σε οπτικά δίκτυα: κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε κάποιο μήκος κύματος και τα μονοπάτια αντιστοιχούν σε συνδιαλέξεις. Κάθε οπτική ίνα διαθέτει w μήκη κύματος, και κάθε συνδιάλεξη πρέπει να εξυπηρετηθεί από ένα και μόνο μήκος κύματος (από την αρχή ως το τέλος της), έτσι ώστε συνδιαλέξεις που χρησιμοποιούν την ίδια οπτική ίνα να βρίσκονται σε διαφορετικά μήκη κύματος.]

(α) Σχεδιάστε έναν ακριβή αλγόριθμο πολυωνμικού χρόνου για το MaxPC στην περίπτωση που ο γράφος εισόδου είναι αλυσίδα («ευθεία γραμμή», λέγεται και path graph). *Υπόδειξη:* προσπαθήστε να βρείτε λύση για ένα χρώμα ($w = 1$) και στη συνέχεια γενικεύστε την.

(β) Σχεδιάστε έναν ακριβή αλγόριθμο πολυωνμικού χρόνου για το MaxPC στην περίπτωση που ο γράφος εισόδου είναι δακτύλιος (ring graph) και έχουμε ένα διαθέσιμο χρώμα ($w = 1$). Δείξτε με ποιον τρόπο μπορούμε να επιτύχουμε $(1 - 1/e)$ -προσεγγιστικό αλγόριθμο για το MaxPC σε δακτυλίους, όταν ο αριθμός των χρωμάτων δίνεται ως μέρος της εισόδου.

3 Άσκηση 3

Αποδείξτε ότι το μέσο πλήθος μηνυμάτων (communication complexity) στον αλγόριθμο εκλογής αρχηγού σε δακτυλίους LCR είναι $O(n \log n)$.

4 Πρόσθετες ασκήσεις

Δείτε τις προτεινόμενες ασκήσεις του tutorial on game theory and selfish routing στη σελίδα του μαθήματος.