



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

---

## Αλγόριθμοι Δικτύων και Πολυπλοκότητα

Εαρινό εξάμηνο 2013

(ΣΗΜΜΥ, ΣΕΜΦΕ, ΜΠΛΑ)

Διδάσκων: Α. Παγουρτζής

---

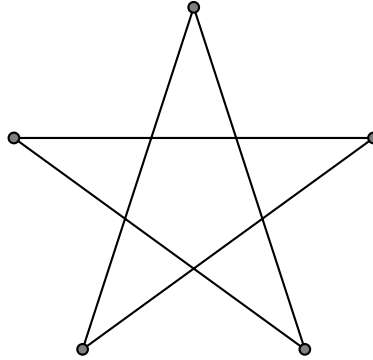
Πρώτη σειρά ασκήσεων

27 Μαρτίου 2013

Προθεσμία παράδοσης: 16 Απριλίου 2013

## 1 Άσκηση 1

(προαιρετική) Να δείξετε ότι στον γράφο του Σχήματος 1 μπορείτε να χαράξετε δύο γραμμές και να δημιουργήσετε δέκα τρίγωνα.



Σχήμα 1:

## 2 Άσκηση 2

Περιγράψτε αναγωγή  $\text{Vertex Cover} \leq_p \text{Clique}$  και αποδείξτε την ορθότητά της.

## 3 Άσκηση 3

Σχεδιάστε αποδοτικό αλγόριθμο που θα δέχεται σαν είσοδο ένα γράφημα  $G(V, E)$  και θα επιστρέφει ένα κύκλο Euler του  $G$ , αν υπάρχει. Ποια είναι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και γιατί;

## 4 Άσκηση 4

Τι θα συμβεί αν ο αλγόριθμος των Bellman-Ford εκτελέσει μία ακόμη επανάληψη σε περίπτωση που υπάρχουν κύκλοι αρνητικού βάρους; Αποδείξτε τον ισχυρισμό σας. Είναι το παραπάνω αρκετό για να ελέγχουμε την ύπαρξη αρνητικών κύκλων;

## 5 Άσκηση 5

(α) Αποδείξτε τον λόγο προσέγγισης του Greedy αλγορίθμου για το Cardinality Set Cover χρησιμοποιώντας την τεχνική της απόδειξης για το πρόβλημα Maximum Coverage, δηλαδή ότι σε κάθε επανάληψη καλύπτεται τουλάχιστον το  $1/OPT$  των στοιχείων που απομένουν (προσοχή: το  $OPT$  τώρα είναι ο αριθμός των συνόλων της βέλτιστης λύσης).

(β) Μπορείτε να προσαρμόσετε την απόδειξη ώστε να “δουλέψει” και για το Weighted Set Cover; Τι αντιπροσωπεύει τώρα το  $OPT$ ;

(γ) Τι λόγο προσέγγισης δίνει ο Greedy αν η επιλογή του “καλύτερου” συνόλου δεν μπορεί να γίνει με ακρίβεια αλλά προσεγγιστικά, με λόγο  $\rho$ ; (Σημείωση: αυτό μπορεί να συμβεί αν τα σύνολα δεν δίνονται, αλλά ορίζονται με κάποια ιδιότητα.)

## 6 Άσκηση 6

Συμπληρώστε (όσο μπορείτε καλύτερα) την απόδειξη που θα βρείτε στις διαφάνειες για τον λόγο προσέγγισης  $5/3$  για το πρόβλημα Metric TSP $_{(s,t)-path}$ .