

Αλγόριθμοι Δικτύων και Πολυπλοκότητα (ΣΗΜΜΥ - ΣΕΜΦΕ - ΜΠΛΑ)

Α. Παγουριτζής, Σχολή ΗΜΜΥ, Ε.Μ.Π.
Ακ. έτος: 2010-11, εαρινό

1η σειρά ασκήσεων

1) Αποδείξτε ότι η εύρεση του μακρύτερου απλού μονοπατιού (δηλ. χωρίς κύκλους) σε ένα γράφο με βάρη είναι NP-complete. (Υπόδειξη: κατασκευάστε αναγωγή από το πρόβλημα Hamilton Cycle).

2) Έστω ότι έχουμε αλγόριθμο που να επιλύει το πρόβλημα VERTEX COVER (decision version). Δώστε αλγόριθμο που να επιλύει το πρόβλημα MINIMUM VERTEX COVER, δηλαδή δοθέντος γράφου να βρίσκει ένα ελάχιστο vertex cover.

3) Μετατρέψτε την αναγωγή από το Discrete Knapsack στο Restricted Shortest Path (από τις διαφάνειες του Lecture 1), έτσι ώστε οι χρόνοι στις ακμές να είναι μη αρνητικοί αριθμοί.

4) Θεωρήστε την ειδική περίπτωση του προβλήματος SET COVER όπου κάθε στοιχείο εμφανίζεται σε f το πολύ σύνολα. Δώστε έναν f -προσεγγιστικό αλγόριθμο για το πρόβλημα αυτό (με απόδειξη). [Υπόδειξη: γενικεύστε την ιδέα του αλγορίθμου για το VERTEX COVER αφού πρώτα διατυπώσετε το VERTEX COVER σαν ειδική περίπτωση του SET COVER.]

5) Εξετάστε αν, και με ποιον τρόπο, ο $((e-1)/e)$ -προσεγγιστικός αλγόριθμος για το MAXIMUM COVERAGE επεκτείνεται για τις περιπτώσεις όπου:

(α) Τα στοιχεία έχουν βάρη και θέλουμε να καλύψουμε μέγιστο βάρος στοιχείων.

(β) Τα σύνολα έχουν κόστος και δίνεται ανώτερο κόστος K (αντί για πλήθος συνόλων k).

(γ) Τι συμβαίνει όταν έχουμε ρ -προσεγγιστικό αλγόριθμο για την εύρεση του "καλύτερου" κάθε φορά συνόλου;

6) Δείξτε ότι ο προσεγγιστικός λόγος του αλγορίθμου για το VERTEX COVER δεν βελτιώνεται αν προσθέσουμε μία διαδικασία αφαίρεσης από το cover των κόμβων που οι ακμές που προσπίπτουν σε αυτούς καλύπτονται από τους άλλους κόμβους του cover.

Να παραδοθεί στις 3/5/11