

(90 βαθ.)

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, ΣΕΜΦΕ

Θεμελιώδη Θέματα Επιστήμης Η/Υ

Στάθης Ζάχος, Άρης Παγουρτζής

1	
2	
3	
4	

5	
6	
7	
Συν.	

Επαναληπτική εξέταση 2010-11

Όνοματεπώνυμο: _____

Εξάμηνο: _____ Αμφιθέατρο: _____

Α.Μ.: _____ Θέση: _____

Η εξέταση γίνεται με κλειστά βιβλία και σημειώσεις. Δεν επιτρέπεται η χρήση κανενός είδους βοηθήματος, κινητών τηλεφώνων, αριθμομηχανών, ή άλλων ηλεκτρονικών συσκευών. Σε περίπτωση που έχετε κάτι από αυτά μαζί σας, παρακαλούμε απομακρύνετε τα από το έδρανο. Δεν θα δοθούν πρόσθετες κόλλες, παρακαλούμε να χρησιμοποιήσετε το πρόχειρο που έχει προβλεφθεί. Μπορείτε να χρησιμοποιείτε μολύβι. Ελάχιστος χρόνος παραμονής: 1 ώρα

1. (14 βαθ.) (= 7x2)

Σωστό ή λάθος;

Δώστε σύντομη αιτιολόγηση/απόδειξη για κάθε απάντησή σας (χωρίς ορθή αιτιολόγηση η απάντηση δεν λαμβάνεται υπόψη).

1. $n^3 + 17n^2 = O(n^3)$

2. $\log(n^2) = \Theta(\log n)$

3. Για αραιούς γράφους (π.χ. δένδρα) ο αλγόριθμος του Prim έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(n)$, όπου n είναι ο αριθμός των κόμβων του γράφου.

4. Οι γραμματικές τύπου 2 είναι ειδική περίπτωση των γραμματικών τύπου 3.

5. Για κάθε κανονική γλώσσα η ερώτηση εάν μια συμβολοσειρά ανήκει στη γλώσσα μπορεί να απαντηθεί σε γραμμικό χρόνο.

6. Δεν υπάρχει x τέτοιο ώστε να μπορούμε να αποφασίσουμε εάν το x -οστό πρόγραμμα (δηλ. το π_x) σταματάει για κάθε είσοδο.

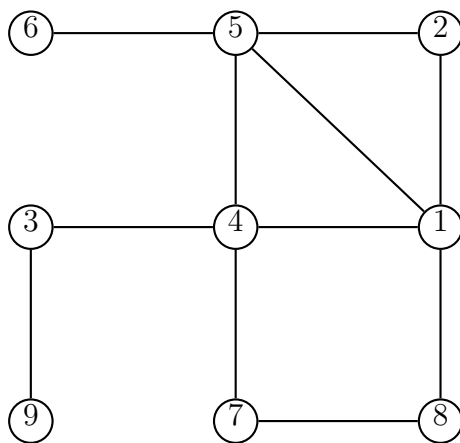
7. Κάθε μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο μπορεί να μετατραπεί σε ντετερμινιστικό με τον ίδιο αριθμό καταστάσεων.

2. (12 βαθ.) (= 3+5+4)

Δίνεται (βλ. τυπολόγιο) η διαδικασία bfs που εκτελεί αναζήτηση κατά βάθος σε γράφο.

(α) Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα της διαδικασίας αυτής και γιατί;

(β) Εκτελέστε την διαδικασία bfs με είσοδο τον παρακάτω γράφο και αρχικό κόμβο τον 1 (θεωρήστε ότι έχει διαβαστεί ο γράφος και εκτελείται η κλήση bfs(1)). Σημείωση: σε περίπτωση επιλογής κόμβων θεωρήστε ότι επιλέγεται πρώτα ο μικρότερος.



(γ) Τροποποιήστε τη δοσμένη διαδικασία bfs ώστε:

- i. Να εμφανίζει τους κόμβους κατά σειρά επίσκεψης.
- ii. Να εμφανίζει για κάθε κόμβο την (ελάχιστη) απόστασή του (σε πλήθος ακμών) από τον αρχικό κόμβο v .

3. (12 βαθ.) (= 3+4+5)

Δίνεται ο παρακάτω αλγόριθμος:

```
read n
i := n div 2
while i*i > n do
    i := i - 1
endwhile
output i
```

(α) Εκτελέστε τον αλγόριθμο με είσοδο $n = 39$ και με είσοδο $n = 16$. Τι υπολογίζει ο αλγόριθμος αυτός; (Υποθέστε ότι το n είναι ένας φυσικός αριθμός και $n > 2$).

(β) Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σε σχέση με το n (μας ενδιαφέρει αριθμητική πολυπλοκότητα, δηλαδή το κόστος των απλών πράξεων θεωρείται μονάδα); Είναι ο αλγόριθμος αποδοτικός;

(γ) Βελτιώστε τον αλγόριθμο ώστε να επιτυγχάνει το ίδιο αποτέλεσμα με σημαντικά καλύτερη πολυπλοκότητα, χρησιμοποιώντας μόνο απλές πράξεις (+, -, *, div, mod). Ποια είναι η νέα πολυπλοκότητα;

4. (14 βαθ.) (= 3+3+4+4)

Δίνεται η παρακάτω συνάρτηση Haskell:

```
whatslow a b = whatslowhlp a b 1 0 0 1
  where whatslowhlp a b x y x1 y1 =
        if a<b then whatslowhlp b a x1 y1 x y
        else if b==0 then (a, x, y)
            else whatslowhlp (a-b) b (x-x1) (y-y1) x1 y1
```

(α) Τι υπολογίζει η συνάρτηση `whatslow` και με ποιον τρόπο;

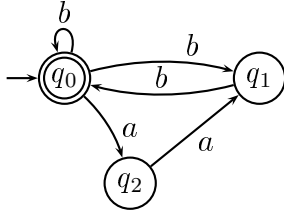
(β) Δώστε ένα παράδειγμα εκτέλεσής της.

(γ) Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα της συνάρτησης σε σχέση με τις εισόδους της; Είναι αποδοτική;

(δ) Βελτιώστε τη συνάρτηση ώστε να επιτυγχάνει το ίδιο αποτέλεσμα με σημαντικά καλύτερη πολυπλοκότητα. Ποια είναι η νέα πολυπλοκότητα;

5. (11 βαθ.) (= 4+3+4)

(α) Κατασκευάστε DFA που να αποδέχεται την ίδια γλώσσα με το παρακάτω NFA:



(β) Ελαχιστοποιήστε το DFA που κατασκευάσατε στο ερώτημα (α) ή αποδείξτε ότι είναι ελάχιστο.

(γ) Περιγράψτε σε φυσική γλώσσα ή κανονική παράσταση την γλώσσα που αναγνωρίζουν τα δύο αυτόματα.

6. (15 βαθ.) (= 3+12)

Δίνονται οι παρακάτω γλώσσες:

1. $L_1 = \{w \in \{b, c\}^* \mid w \text{ περιέχει την συμβολοσειρά 'bbc'}\}$
2. $L_2 = \{1^k 0^m 1^m \mid k, m \in \mathbb{N}\}$
3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ παριστάνει δυαδικό αριθμό πολλαπλάσιο του 5}\}$
4. $L_4 = \{d^k e^m f^k \mid k, m \in \mathbb{N}, k < m\}$

(α) Δώστε 2 παραδείγματα συμβολοσειρών για την κάθε γλώσσα.

(β) Βρείτε για κάθε μία από αυτές τις γλώσσες την μικρότερη κλάση της Ιεραρχίας Chomsky στην οποία ανήκει. Προσπαθήστε να αποδείξετε τον ισχυρισμό σας ή να τον τεκμηριώσετε όσο καλύτερα γίνεται.

7. (12 βαθ.) (= 5+7)

(α) Κατασκευάστε DFA που αποδέχεται τη γλώσσα $L_5 = \{a^{3k}b^{2m} \mid k, m \in \mathbb{N}\}$.

(β) Κατασκευάστε DFA που αποδέχεται τη γλώσσα
 $L_6 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \eta \ w \text{ περιέχει την συμβολοσειρά '0100'}$
ή το μήκος της w είναι πολλαπλάσιο του 3}.

Υπόδειξη: μπορείτε να ξεκινήσετε από NFA_ε το οποίο να μετατρέψετε σε DFA.

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

ΠΡΟΧΕΙΡΟ