

Αυτόματα και Τυπικές Γραμματικές
4η σειρά ασκήσεων
Στάθης Ζάχος

1. Γράψτε κανονικές εκφράσεις για τις παρακάτω γλώσσες επί του $\{0, 1\}$. Δικαιολογήστε την ορθότητα των κανονικών σας εκφράσεων.

α) Το σύνολο των strings που δεν περιέχουν το 101 ως substring.

β) Το σύνολο των strings με ίσο πλήθος εμφανίσεων «0» και «1», έτσι ώστε δεν υπάρχει πρόθεμα που να περιέχει δύο περισσότερα «0» από ότι «1», ούτε δύο περισσότερα «1» από ότι «0».

2. Δείξτε τις ακόλουθες ταυτότητες για κανονικές εκφράσεις. Εδώ $r = s$ σημαίνει $L(r) = L(s)$.

(α) $r + s = s + r$, (β) $(r + s) + t = r + (s + t)$, (γ) $(rs)t = r(st)$,
(δ) $r(s + t) = rs + rt$, (ε) $(r + s)t = rt + st$, (στ) $\emptyset^* = \varepsilon$,
(ζ) $(r^*)^* = r^*$, (η) $(\varepsilon + r)^* = r^*$, (θ) $(r^*s^*)^* = (r + s)^*$.

3. Αποδείξτε ή ανταποδείξτε:

(α) $(rs+r)^*r = r(sr+r)^*$, (β) $s(rs+s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$, (γ) $(r+s)^* = r^*+s^*$.

4. Δώστε μηχανές Mealey και Moore για τις ακόλουθες διεργασίες:

α) Για είσοδο από το $(0 + 1)^*$, αν η είσοδος τελειώνει σε 101 δώσε έξοδο A . αν η είσοδος τελειώνει σε 110 δώσε έξοδο B . αλλιώς δώσε έξοδο C .

β) Για είσοδο από το $(0 + 1 + 2)^*$, τύπωσε το υπόλοιπο modulo 5 της εισόδου ιδωμένης ως τριαδικού αριθμού (βάση 3, με ψηφία 0, 1 και 2).

5. Ποια από τα παρακάτω σύνολα είναι κανονικά; Αποδείξτε!

α) $\{a^{3k} \mid k \in \mathbb{N}\}$

β) σύνολο εξισορροπημένων παρενθέσεων

γ) $\{a^i b^j \mid 1 \leq i < j\}$

δ) $\{w \mid \eta \ w \text{ περιέχει λιγότερα } a \text{ από } b\}$

ε) $\{a^i b^j a^j \mid i, j \geq 1\}$

στ) $\{w \in \{1\}^* \mid |w| \text{ είναι πρώτος αριθμός}\}$

ζ) $\{unv \in \{a, b\}^* \mid \eta \ uv \text{ είναι παλίνδρομη αρτίου μήκους}\}$

η) $\{w \in \{a, b\}^* \mid \eta \ w \text{ δεν έχει 4 συνεχόμενα } b\}$

θ) $\{unv \in \{a, b\}^* \mid \eta \ uw \text{ είναι παλίνδρομη αρτίου μήκους}\}$

ι) $\{w \in \{a, b\}^* \mid \eta \ w \text{ είναι παλίνδρομη}\}$