

## 7η Σειρά Ασκήσεων

### Άσκηση 1

Έστω η γλώσσα

$L = \{u \mid \text{το } u \text{ περιέχει κάποια από τις συμβολοσειρές } ab \text{ ή } bba \text{ και τελειώνει σε } cc\}$

- Βρείτε μια regular expression για την  $L$ .
- Σχεδιάστε αυτόματο που να αναγνωρίζει την  $L$ .
- Σχεδιάστε DFA που να αναγνωρίζει τη γλώσσα  $L$ , αποδεικνύοντας ότι είναι ελάχιστο.
- Βρείτε γραμματική τύπου 3 που να παράγει την  $L$ .

### Άσκηση 2

Δίνεται η γραμματική  $G$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bS \\ A &\rightarrow aA \mid bC \\ B &\rightarrow aB \mid bS \\ C &\rightarrow aB \mid bC \mid \varepsilon \end{aligned}$$

- Σχεδιάστε DFA που να αναγνωρίζει τη γλώσσα  $L(G)$ .
- Σχεδιάστε ελάχιστο DFA που να αναγνωρίζει τη γλώσσα  $L(G)$ , αποδεικνύοντας ότι είναι ελάχιστο.
- Βρείτε μια regular expression για τη γλώσσα  $L(G)$ .

### Άσκηση 3

Έστω η γραμματική  $G$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC \\ A &\rightarrow AA|aa \\ B &\rightarrow DBE|bc \\ C &\rightarrow ECD|cb \\ D &\rightarrow b \\ E &\rightarrow c \end{aligned}$$

Βρείτε μία ισοδύναμη γραμματική σε Chomsky Normal Form. Στη συνέχεια χρησιμοποιήστε τον αλγόριθμο CYK για να αποφασίσετε αν οι συμβολοσειρές  $v = abccebb$  και  $u = abbccab$  παράγονται από τη  $G$ .

### Άσκηση 4

- Δείξτε ότι η κλάση των κανονικών συνόλων είναι κλειστή ως προς ένωση, τομή και συμπλήρωμα.
- Εξετάστε αν ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή αν μία κλάση συνόλων είναι κλειστή ως προς ένωση, τομή και συμπλήρωμα τότε συμπίπτει με την κλάση των κανονικών συνόλων.
- Δείξτε ότι η γλώσσα  $L = \{a^n b^{n+m} c^{3n} | n, m \in \mathbb{N}\}$  δεν είναι κανονική. Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε το Pumping Lemma.

### Άσκηση 5

Σχεδιάστε (σε υψηλό επίπεδο) και υλοποιήστε μία μηχανή Turing που υπολογίζει τη συνάρτηση  $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ :

$$f(n) = \begin{cases} 2 & , \text{αν το } n \text{ είναι πολλαπλάσιο του 2 και όχι του 3} \\ 3 & , \text{αν το } n \text{ είναι πολλαπλάσιο του 3 και όχι του 2} \\ 6 & , \text{αν το } n \text{ είναι πολλαπλάσιο του 2 και του 3} \\ 4 & , \text{αν το } n \text{ δεν είναι πολλαπλάσιο ούτε του 2 ούτε του 3} \end{cases}$$

Υποθέστε ότι η είσοδος και η έξοδος αναπαρίστανται μόνο με σύμβολα "1" και ότι δεν υπάρχει περίπτωση εισόδου του αριθμού 0. Υποθέστε επίσης ότι οι αριθμοί αναπαρίστανται με αντίστοιχο πλήθος συμβόλων, π.χ. ο αριθμός 3 αναπαρίσταται ως 111.

## Άσκηση 6: Δίκτυα ταξινόμησης

- a. Αποδείξτε ότι οποιοδήποτε δίκτυο ταξινόμησης με  $n$  εισόδους έχει βάθος τουλάχιστον  $\log n$ .
- b. Αποδείξτε ότι ο αριθμός των συγκριτών σε οποιοδήποτε δίκτυο ταξινόμησης είναι τουλάχιστον  $\Omega(n \log n)$ .
- (\*c. Αποδείξτε ότι ένα δίκτυο σύγκρισης με  $n$  εισόδους ταξινομεί σωστά την ακολουθία  $\langle n, n - 1, \dots, 1 \rangle$  αν και μόνο αν ταξινομεί σωστά τις  $n - 1$  0-1 ακολουθίες  $\langle 1, 0, 0, \dots, 0, 0 \rangle, \langle 1, 1, 0, \dots, 0, 0 \rangle, \dots, \langle 1, 1, 1, \dots, 1, 0 \rangle$ .

Να παραδοθούν μέχρι την 9-1-2006