

Αλγοριθμική Θεωρία Παιγνίων

Διδάσκοντες: **Ε. Ζάχος, Α. Παγουρτζής, Δ. Φωτάκης**

Επιμέλεια διαφανειών: **Δ. Φωτάκης**

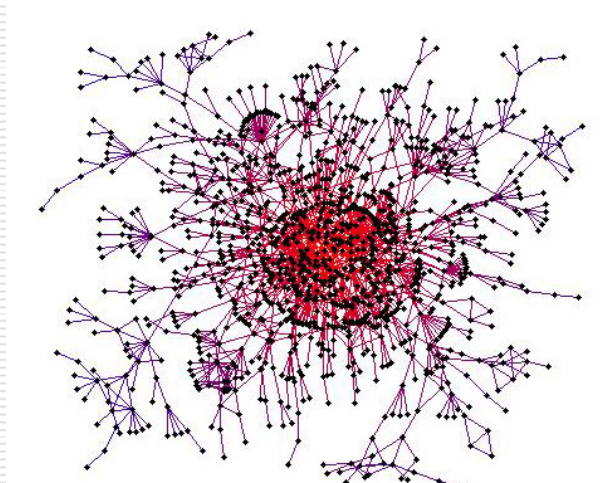
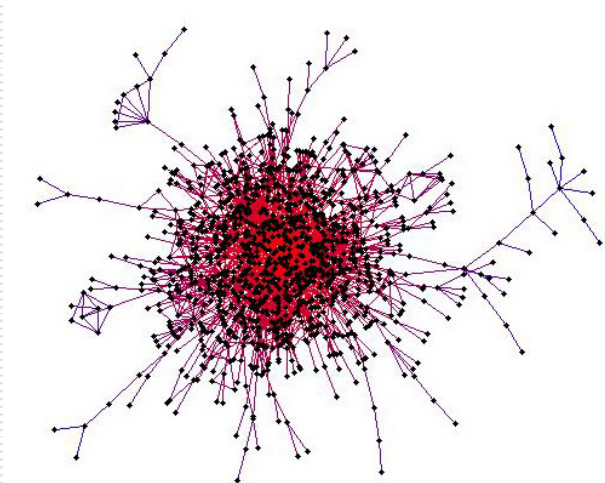
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



Πολύπλοκα Συστήματα

- ... αποτελούνται από πολλές (ετερογενείς) συνιστώσες που **αλληλεπιδρούν**.
- Συμπεριφορά συστήματος δεν συνάγεται από χαρακτηριστικά συνιστωσών.
- Συμπεριφορά εξαρτάται **κυρίως** από **αλληλεπίδραση συνιστωσών** και είναι δύσκολο να προβλεφθεί.



Παραδείγματα

- **Φυσική** (phase transitions, symmetry breaking, self organization, ...).
- **Βιολογία** και Εξελικτική Βιολογία (εξέλιξη ειδών).
- **Οικονομικά**
 - Παγκόσμια Οικονομία: ανεξάρτητες οντότητες **αλληλεπιδρούν** με στόχο μεγιστοποίηση κέρδους.
- **Κοινωνιολογία**
 - Τι μικρός που είναι ο κόσμος!
- Μη-γραμμικά **δυναμικά συστήματα** (χαοτική συμπεριφορά).

... στην Πληροφορική

- **Internet – Web** (όχι ιεραρχικός σχεδιασμός αλλά «άναρχη» ανάπτυξη από αυτόνομες οντότητες).
- E-commerce, sponsored search auctions, ...
- **Κατανεμημένα συστήματα.**
- Agents, **P2P systems**, sensor networks, ...
- Διάδοση και αντιμετώπιση **ιών**.
- Ευρετικές τεχνικές
 - **Γενετικοί αλγόριθμοι, simulated annealing, ...**
- Αυτο-οργάνωση, εξέλιξη, προσαρμογή, ...

Αναγκαιότητα

- Μεγάλα, πολύπλοκα, και δυναμικά μεταβαλλόμενα συστήματα αποτελούν τμήμα τεχνολογικής υποδομής.
- Αδύνατο να υπάρξει κεντρική διαχειριστική αρχή που εξασφαλίζει βέλτιστη λειτουργία.
 - Συνιστώσες ενεργούν αυτόνομα και «εγωιστικά» με κριτήριο τη βελτιστοποίηση «ατομικών» αντικειμενικών στόχων.
- Κλασσικά παραδείγματα:
 - Κυκλοφορία στις μεγάλες πόλεις.
 - Δρομολόγηση κυκλοφορίας στο Internet.

Μονόδρομος 'Υποπτου



- Συλλαμβάνεται ύποπτος για μεγάλη ληστεία.
Δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία!
 - **Ομολογεί:** 5 χρόνια φυλακή.
 - **Δεν ομολογεί:** 1 χρόνο φυλακή.
- Ο ύποπτος **δεν ομολογεί.**

Δίλημμα Υπόπτων



- Συλλαμβάνονται **δύο** συνεργάτες για μεγάλη ληστεία.
 - Κρατούνται σε **χωριστά** κελιά χωρίς επικοινωνία.

	Ομολογεί B	Δεν ομολογεί B
Ομολογεί A	5, 5	0, 15
Δεν ομολογεί A	15, 0	1, 1

- Αμφότεροι οι ύποπτοι **ομολογούν!**

Θεωρία Παιγνίων

- Μελετά συμπεριφορά **αυτόνομων** οντοτήτων που δρουν με στόχο βελτιστοποίηση **ατομικών στόχων**.
 - Λογική συμπεριφορά.
 - Στρατηγική συμπεριφορά.
- **Εργαλείο** για μελέτη πολύπλοκων συστημάτων.
 - Σημεία ισορροπίας και ιδιότητες τους.
 - Πρόβλεψη του τι θα συμβεί σε ένα πολύπλοκο σύστημα.
- Περιοχή **εφαρμογής**:
 - Πολυπλοκότητα υπολογισμού σημείων ισορροπίας, υπολογιστικά αποδοτικοί μηχανισμοί.
 - Αποδοτικός υπολογισμός **πρό**βλεψης.
 - Είναι η πρόβλεψη **ρεαλιστική**;

Ανταγωνιστικό Παίγνιο

- Σύνολο παικτών που ανταγωνίζονται (π.χ. για πόρους).
- Κάθε παίκτης αποφασίζει **μόνο τη δική του** στρατηγική.
 - Μοναδικός στόχος: **μεγιστοποίηση ατομικής ωφέλειας.**
- Ατομική ωφέλεια εξαρτάται από στρατηγικές **όλων.**
- **Ισορροπία Nash:** Κανένας **δεν βελτιώνει** ατομική ωφέλεια αλλάζοντας μόνο τη δική του στρατηγική.
 - Nash (1952) απέδειξε ότι **πάντα** υπάρχει τέτοια ισορροπία (αλλά μπορεί να είναι πεπλεγμένη – mixed).
 - Ισορροπία Nash αποτελεί **«λύση» του συστήματος:**
 - Αν οι παίκτες συμπεριφερθούν **στρατηγικά και λογικά** και έχουν στη διάθεσή τους **πλήρη γνώση** και **επαρκή χρόνο**, τότε καταλήγουν σε μία ισορροπία Nash.
 - Ισορροπία Nash υπολογίζεται αποδοτικά;

Πλαίσιο Μελέτης

Η πολυπλοκότητα είναι πηγή **πολλών δυνατοτήτων!**

- Αυτο-οργάνωση, εξέλιξη, προσαρμογή, ...
- Χαοτική συμπεριφορά, αστάθεια, μη-ισορροπία, ...
- **Πρόκληση:** κατανόηση και εξαγωγή **επιθυμητής συμπεριφοράς.**
 - Ανάλυση ιδιοτήτων και κανόνες σχεδιασμού συστημάτων που θα χρησιμοποιούνται από ανταγωνιστικούς χρήστες.

Ισορροπία Nash

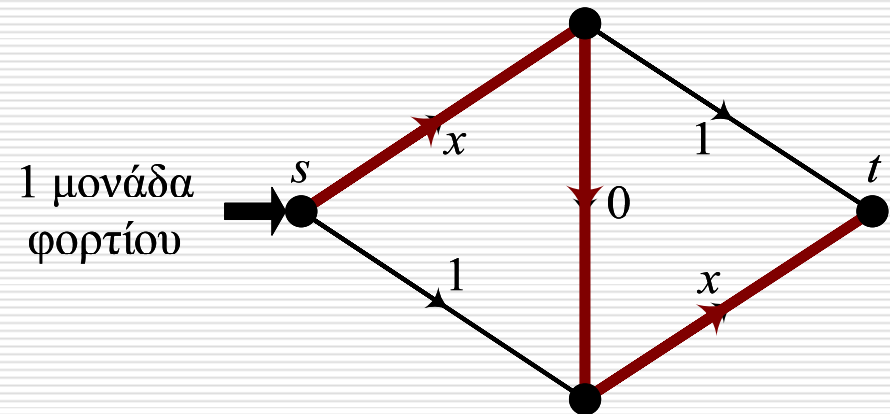
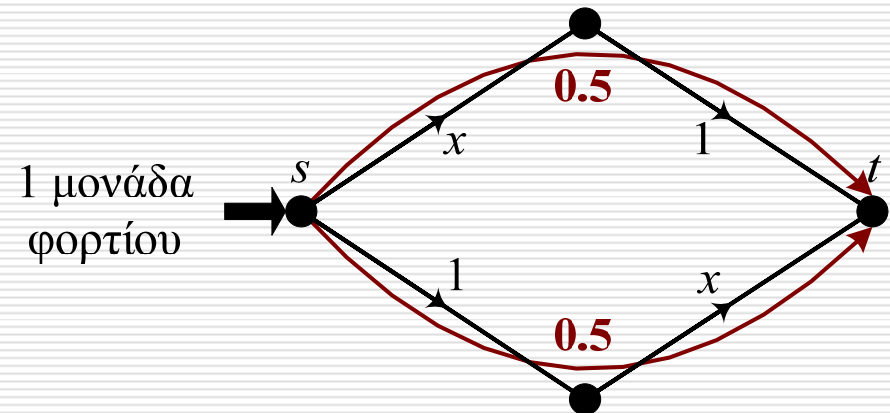


	Ομολογεί B	Δεν ομολογεί B
Ομολογεί A	5, 5	0, 15
Δεν ομολογεί A	15, 0	1, 1

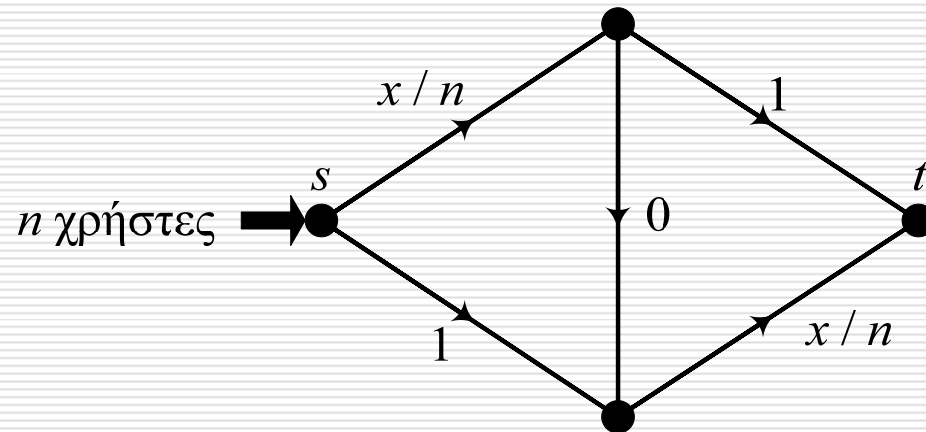
- Ισορροπία Nash **δεν βελτιστοποιεί** συνολικό αποτέλεσμα. Συμβιβασμός με δεδομένη την έλλειψη συντονισμού.

Παράδοξο Braess

- Συνολική καθυστέρηση **1.5**
 - Nash ισορροπία αποτελεί βέλτιστη λύση.
- Νέα **εξαιρετικά γρήγορη** σύνδεση.
- Συνολική καθυστέρηση **αυξάνεται σε 2** γιατί όλοι χρησιμοποιούν την γρήγορη σύνδεση.
- Παραδοσιακός σχεδιασμός **δεν επαρκεί** για πολύπλοκα συστήματα.



Ανταγωνιστική Ανάθεση Πόρων



- Μοντελοποίηση με παίγνια συμφόρησης.
- Ανάλυση απόδοσης.
 - **Κόστος αναρχίας:** Υποβάθμιση λόγω αυτόνομης και ανταγωνιστικής συμπεριφοράς σε σχέση με βέλτιστη κεντροκοποιημένη διαχείριση.
- Κίνητρα για βελτίωση απόδοσης.
- Τεχνικές για βέλτιστο σχεδιασμό.

Δημοπρασίες και Μηχανισμοί

- Ένα αντικείμενο σε δημοπρασία με n συμμετέχοντες.
 - Το αντικείμενο αξίζει u_j για συμμετέχοντα j .
- Όλοι υποβάλλουν (σφραγισμένες) προσφορές b_1, \dots, b_n .
- Αντικείμενο κατοχυρώνεται σε k με μέγιστη προσφορά b_k αντί τιμής t .
 - Ωφέλεια κερδισμένου = $u_k - t$.
 - Ωφέλεια μη κερδισμένου = 0 .
- Πώς καθορίζουμε την τιμή, ώστε οι προσφορές να ανταποκρίνονται στην πραγματική αξία του αντικειμένου;
 - Τιμή ίση με μέγιστη προσφορά.
 - Όχι, π.χ. 100, 5!
 - Τιμή ίση με δεύτερη μεγαλύτερη προσφορά.

Αντικείμενο - Ατζέντα

- (Πολύ) σύντομη στον **Γραμμικό Προγραμματισμό** και (κυρίως) στην **Δυσκότητα** του Γραμμικού Προγραμματισμού.
 - Εφαρμογή: απόδειξη ύπαρξης και αποδοτικού υπολογισμού **ισορροπίας Nash** σε **2-person zero-sum games**.
- Ανταγωνιστική ανάθεση πόρων και **παίγνια συμφόρησης**:
 - Μη ατομικά και ατομικά.
 - Ύπαρξη και πολυπλοκότητα υπολογισμού (αμιγούς) **ισορροπίας Nash**.
 - **Τίμημα της αναρχίας** και τεχνικές βελτίωσής του.
- Πολυπλοκότητα υπολογισμού (πεπλεγμένης) **ισορροπίας Nash** σε παίγνια με **2 παίκτες** (bimatrix games).
 - Η κλάση **PPAD** και γιατί είναι **PPAD-complete**.
 - Αποδοτικός υπολογισμός **προσεγγιστικών** **ισορροπιών Nash**.
- Σχεδιασμός (υπολογιστικά αποδοτικών) **μηχανισμών**.
 - Με χρηματικά ανταλλάγματα (VCG μηχανισμοί).
 - Χωρίς χρηματικά ανταλλάγματα (social choice).

Βιβλιογραφία - Πληροφορίες

- Nisan, Roughgarden, Tardos, Vazirani. Algorithmic Game Theory, 2007 (διαθέσιμο ηλεκτρονικά).
- Karloff. Linear Programming, 1991.
- Roughgarden. An Algorithmic Game Theory Primer.
- Σε πολλές περιπτώσεις θα ανατρέξουμε σε εξειδικευμένα surveys και ερευνητικές εργασίες.
- **Πέμπτη: 16:00-19:00**, 1.1.29, Παλ. Κτήριο ΣΗΜΜΥ.
- <http://www.corelab.ece.ntua.gr/courses/agt/>