

Αυτόματα και Τυπικές Γραμματικές
6η σειρά ασκήσεων
Στάθης Ζάχος

1. Έστω (δεξιογραμμική) γραμματική G με $V = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b\}$ και $P: S \rightarrow ab|aA, A \rightarrow aa|B|aC, B \rightarrow bB|\varepsilon|b, C \rightarrow bA$. Κατασκευάστε FA που να αποδέχεται την $L(G)$ και κανονική έκφραση που να παριστάνει την $L(G)$.

2. Έστω $G: S \rightarrow aS|aSbS|\varepsilon$. Αποδείξτε: $L(G) = \{x \mid \text{κάθε πρόθεμα του } x \text{ έχει τουλάχιστον τόσα } a \text{ όσα } b\}$.

3. (***) Βρείτε γραμματική σε κανονική μορφή Greibach ισοδύναμη με την: $S \rightarrow ASB|BBSA|B, A \rightarrow AAB|a, B \rightarrow abS|Bb|b$.

4. Δείξτε ότι αν όλοι οι κανόνες παραγωγής μίας c.f. γραμματικής G είναι της μορφής $A \rightarrow w$ ή $A \rightarrow wB$, τότε το $L(G)$ είναι κανονικό σύνολο.

5. Κατασκευάστε PDA που αποδέχεται την γλώσσα που παραγάγει η γραμματική: $S \rightarrow AS|b, A \rightarrow SA|a$.

6. Δώστε γραμματική για την $L_e(M)$ όπου το δ του M :

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\} & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, 1, X) = \{(q_0, XX)\} & \delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, 0, X) = \{(q_1, X)\} & \delta(q_1, 0, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\} \end{array}$$

7. Έστω c.f. γραμματική G . Μία μεταβλητή $A \in V$ ονομάζεται *self-embedding* αν $\exists \alpha, \beta \in (T \cup V)^*$ με $\alpha\beta \neq \varepsilon$, έτσι ώστε $A \xrightarrow{*} \alpha A \beta$. Δείξτε ότι αν η $L(G)$ είναι άπειρη τότε τουλάχιστον μία μεταβλητή είναι self-embedding.

8. Κατασκευάστε c.s. γραμματικές για τις γλώσσες:

α) $\{0^n 1^n 0^n \mid n \in \mathbb{N}\}$, β) $\{w^2 \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

9. (α) Βρες ένα ταίριασμα για το εξής σύστημα αντιστοίχισης Post (PCP):

$$\{(aa, ab), (a, bb), (bba, a), (a, ab), (b, a)\}$$

(β) Δείξε ότι δεν υπάρχει ταίριασμα για το εξής PCP:

$$\{(ab, b), (aba, ba), (ab, ba), (a, abb)\}$$