

Αυτόματα και Τυπικές Γραμματικές  
5η σειρά ασκήσεων  
Στάθης Ζάχος

1. Έστω κανονικό σύνολο  $L$ . Ποια από τα παρακάτω σύνολα είναι κανονικά; Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

α)  $\{a_1 a_3 a_5 \dots a_{2n-1} \mid a_1 a_2 a_3 \dots a_{2n} \in L\}$

β)  $\{a_2 a_1 a_4 a_3 \dots a_{2n} a_{2n-1} \mid a_1 a_2 a_3 \dots a_{2n} \in L\}$

γ)  $\text{Cycle}(L) = \{w_1 w_2 \mid w_1 w_2 \in L, w_1, w_2: \text{strings}\}$

δ)  $\text{max}(L) = \{x \in L \mid \text{δεν υπάρχει } y \neq \varepsilon \text{ με } xy \in L\}$

ε)  $\text{min}(L) = \{x \in L \mid \text{δεν υπάρχει πρόθεμα του } x \text{ που να είναι στην } L\}$

στ)  $\text{init}(L) = \{x \in L \mid \text{για κάποιο } y, xy \in L\}$

ζ)  $L^R = \{x \mid x^R \in L\}$

η)  $\{x \mid xx^R \in L\}$

2. Ποια η σχέση μεταξύ της κλάσης των κανονικών συνόλων και της ελάχιστης κλάσης γλωσσών κλειστής ως προς την ένωση, την τομή και το συμπλήρωμα που περιέχει όλα τα πεπερασμένα σύνολα.

3. Έστω  $k$  ομομορφισμός:  $k(a) = 10, k(b) = 01$ .

α)  $L = (a + ba)^*, k(L) = ?$

β)  $L = (10 + 0)^* 1^*, k^{-1}(L) = ?$

γ)  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ίσο πλήθος } 0 \text{ και } 1 \text{ στην } w\}, k^{-1}(L) = ?$

4. Ένα σύνολο καλείται co-finite αν το συμπλήρωμά του είναι πεπερασμένο (finite). Δώστε αλγόριθμο που αποκρίνεται αν το  $L(M)$ , όπου  $M$ : πεπερασμένο αυτόματο, είναι co-finite ή όχι. Δικαιολογήστε τον αλγόριθμο.

5. Αποδείξτε ή ανταποδείξτε:  $L_1 = L_2$ , όπου:

$$L_1 = b^* + b^* a (b + ab^* a)^* ab^* \quad \text{και} \quad L_2 = (b^* ab^* a)^* b^*$$

6. (\*\*) Έστω  $M$ : DFA και  $L = L(M)$ . Δείξτε ότι  $R_L$  και  $R_M$  είναι σχέσεις ισοδυναμίας. Πώς οι  $R_L, R_M$  σχετίζονται μεταξύ τους;

7. Κατασκευάστε c.f. γραμματικές που να παράγουν:

$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \# a \text{ στην } w \neq \# b \text{ στην } w\}$

$L_2 = \{a^i b^j \mid i \neq j, i, j \geq 0\}$

$L_3 = \text{σύνολο συμβολοσειρών με ισορροπημένες παρενθέσεις}$

$L_4 = \text{σύνολο εκφράσεων Pascal (Pascal expressions)}$

$L_5 = \text{σύνολο LOOP προγραμμάτων}$

8. (\*\*) Δείξτε χρησιμοποιώντας το θεώρημα Myhill-Nerode ότι η γλώσσα  $\{a^i b^j \mid 1 \leq i \leq j\}$  δεν είναι κανονική.